Opgave 2

Et smitteudbrud af en smitsom sygdom kan i det tidlige stadie modelleres matematisk med en eksponentiel vækstmodel hvor hver smittet over en givet tid smitter et antal nye personer. Herved antages smittehastigheden $f'(x)$ at være proportional med det aktuelle antal af smittede $f(x)$ hvor variablen x angiver tiden i dage.

Hvis en smittet i gennemsnit smitter en ny person om ugen er ændringen i antallet af smittede beskrevet ved følgende differentialligning:

$$f'(x) = \tfrac{1}{7} \cdot f(x)$$

a) Plot hældningsfeltet for differentialligningen.

b) Bestem den specifikke løsning til differentialligningen hvor startbetingelsen ved $x = 0$ er én smittet.

c) Plot løsningskurven sammen med hældningsfeltet.

d) Bestem antallet af smittede efter 30 dage.