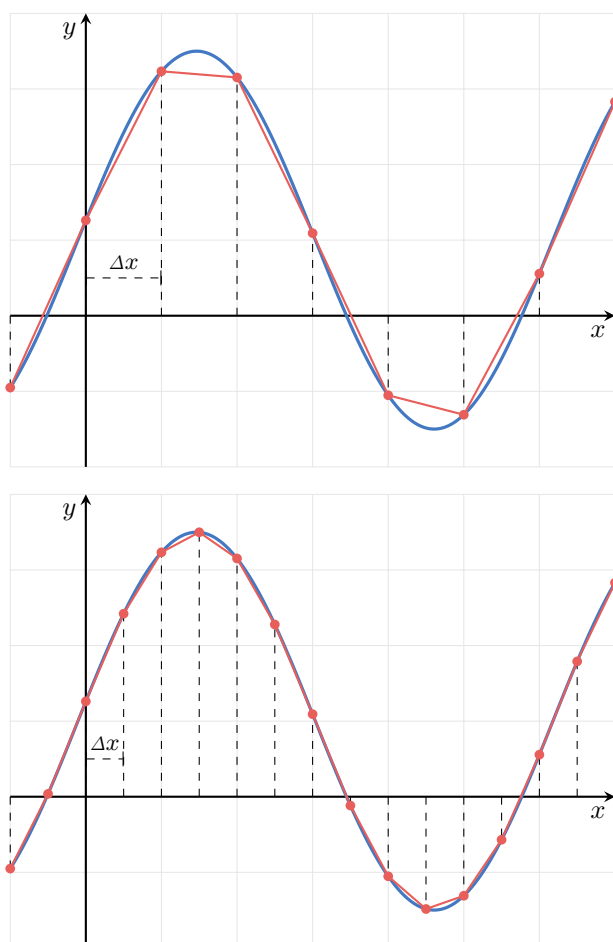


Tilnærmning af funktion ved linjestykker

For enhver kontinuær (dvs. sammenhængende) funktion f , kan man tilnærme funktionen ved brug af rette linjestykker. For at gøre dette, vælges et udgangspunkt x_0 på 1.aksen hvorefter en følge af punkter afsættes med et fast interval af længden Δx på 1.aksen. Punkternes 1.koordinat navngives x_1, x_2, x_3 , osv. alt efter om afstanden fra x_0 er $1 \cdot \Delta x, 2 \cdot \Delta x, 3 \cdot \Delta x$ osv. Punkter, hvis 1.koordinat ligger før x_0 , navngives x_{-1}, x_{-2}, x_{-3} , osv. Funktionsværdierne til punkterne beregnes herefter ved at indsætte x -værdierne i funktionsforskriften $f_0 = f(x_0), f_1 = f(x_1), f_2 = f(x_2)$, osv. De afsatte punkter forbindes til sidst med rette linjestykker så der opnås en tilnærmet funktion l bestående af linjestykker. Et eksempel på en funktion samt dens tilnærmede funktion af linjestykker ses i nedenstående figurer ved brug af to forskellige værdier for Δx .



Figur: Afbildning af en kontinuær funktion f (blå kurve) samt dens tilnærmede funktion af linjestykker l (rød kurve) vist for to forskellige længder af indelingsintervallerne Δx hvor $x_0 = 0$. Det ses at når Δx bliver mindre tilnærmer den stykvisse lineæriserede kurve den oprindelige funktion.

Af de to figurer ses det tydeligt, at når Δx har en mindre værdi er den tilnærmede funktion af linjestykker l tættere på den faktiske funktion f . Faktisk kan det vises at, hvis funktionen f er kontinuær (dvs. sammenhængende), at der for alle værdier af x i definitionsmængden gælder at:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (l(x)) = f(x)$$

Det vil altså sige at den tilnærmede funktion af linjestykker l konvergerer mod den oprindelige funktion f når intervalllængden bliver infinitesimal (dvs. uendelig lille) ved grænseværdien for $\Delta x \rightarrow 0$.

Kontinuære funktioner

Som nævnt, er det et krav, for at en funktion kan tilnærmes af linjestykker, at den er kontinuær dvs. sammenhængende. Dette betyder, at der for hver værdi af x i definitionsmængden skal gælde for funktionen f , at grænseværdierne af $f(x - \Delta x)$ og $f(x + \Delta x)$ når Δx bliver uendelig lille, skal være $f(x)$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x - \Delta x)) = f(x) \quad \text{samt} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x)) = f(x)$$

Ud fra disse betingelser kan det udledes, at en funktion kan være ikke-kontinuær i to tilfælde:

- Grænseværdierne er forskellige hvilket vil sige at grafen for funktionen laver et hop.
- Grænseværdierne er lig hinanden men ikke lig selve funktionsværdien hvilket vil sige at der er en enkelt funktionsværdi der ligger forskudt.

Disse to betingelser er vist grafisk i figuren nedenfor hvor kontinuitetsbetingelserne ikke er opfyldt ved $x = -1$ i begge tilfælde.

