

Introduktion til funktioner

En *funktion* er en matematisk struktur, der repræsenterer en bestemt omregning af en eller flere uafhængige variable. For eksempel kan man angive en funktion f der repræsenterer en omregning hvor man lægger talværdien 2 til en givet variabel x . Denne funktion f vil kunne angives ved forskriften:

$$f(x) = x + 2$$

Vælger man herefter en konkret værdi for x f.eks. $x = 3$ vil denne kunne indsættes i funktionen ved

$$f(3) = 3 + 2 = 5$$

Som forventet bliver funktionsværdien $f(3) = 5$ hvilket stemmer overens med, at der lægges talværdien 2 til variabelens talværdi på 3.

Ud over selve funktionens forskrift bør man også specificere funktionens *definitions­mængde* hvilket angiver de talværdier som funktionen kan håndtere ift. dens uafhængige variabel x . Dette kan f.eks. gøres ved at tilføje en betingelse for den uafhængige variabel som f.eks. kunne være, at der kun må anvendes positive værdier for x :

$$f(x) = x + 2 \quad \text{hvor} \quad 0 \leq x$$

En mere direkte måde at angive funktionens definitions­mængde på er ved at anvende notationen $\text{Dm}(f)$, som i dette tilfælde hvor funktionen f kun håndterede positive værdier skrives $\text{Dm}(f) = [0, \infty[$.

Det kan nogle gange være nyttigt at betragte funktionsforskriften udelukkende som en struktur hvor det udtryk, der indsættes i parenteser efter f , er det udtryk som funktionens struktur skal virke på. For eksempel kan man (med lidt uformel notation) skrive at:

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{kan betragtes som} \quad f(\dots) = (\dots)^2 + 1$$

Med dette menes at den uafhængige variabel x , som anvendes i angivelsen af funktionsforskriften sagtens kan antage enhver anden form så længe denne form tilhører definitions­mængden. På denne måde kan et mere kompliceret udtryk såsom $x + 2$ ligeledes indsættes i funktionsforskriften hvorved der opnås:

$$f(x + 2) = (x + 2)^2 + 1$$

Her er det en god ide altid at anvende parenteser omkring udtrykket når funktionsforskriften indsættes, således at man undgår regnefejl.

Værdimængden

Definitions­mængden af en funktion angiver hvilke værdier funktionen kan virke på dvs. hvilke værdier man kan indsætte i funktionen. F.eks. hvis definitions­mængde $\text{Dm}(f) = [0, 1]$ gælder det at man kan indsætte alle talværdier mellem 0 og 1 i funktionen.

I tillæg til definitions­mængden kan man bestemme en tilhørende *værdimængde* $\text{Vm}(f)$, der indeholder alle værdier som funktionsværdien kan antage hvilket vil sige at $f(x) \in \text{Vm}(f)$. Værdimængden kan ligesom definitions­mængden angives direkte ved notationen: $\text{Vm}(f) = \mathbb{R}$ eller lidt mere indirekte ved at anvende en tilhørsrelation for funktionsværdien $f(x) \in \mathbb{R}$.

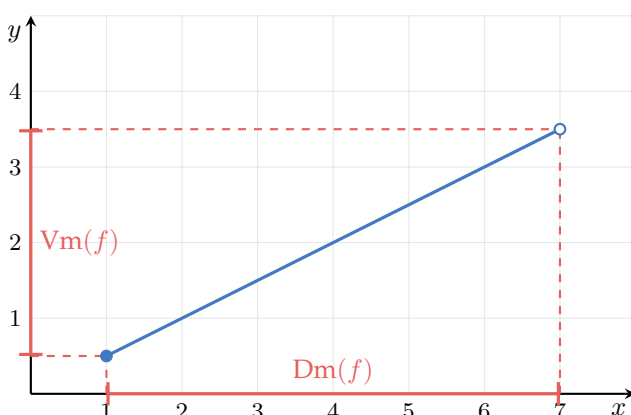
Afbildning af en funktion

Et koordinatsystem består af to reelle tal-akser som repræsenterer to variable f.eks. x og y . For at tegne en kurve, der afbilder en bestemt funktion f skal der altså skabes en sammenhæng mellem de to variable, der er kendetegnet ved f . Dette gøres ved at opstille ligningen $y = f(x)$, der kan afbildes i et koordinatsystem.

I nedenstående figur vises den grafiske afbildning af funktionen f givet ved:

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x \quad \text{hvor} \quad x \in [1, 7[$$

Bemærk her at definitions­mængden indeholder værdien 1 men altså ikke værdien 7 hvilket vises grafisk ved at anvende en hhv. udfyldt og tom cirkel i linjens endepunkter.



Det skal her understreges, at det kun er kurven tilhørende ligningen $y = f(x)$, der afbilder funktionen. Den samme funktion f kunne for så vidt også kan bruges til at opstille ligningen $y = f(2 \cdot x)$, men denne ligning vil repræsentere en anden sammenhæng og vil give en anden kurve end den for ligningen $y = f(x)$.