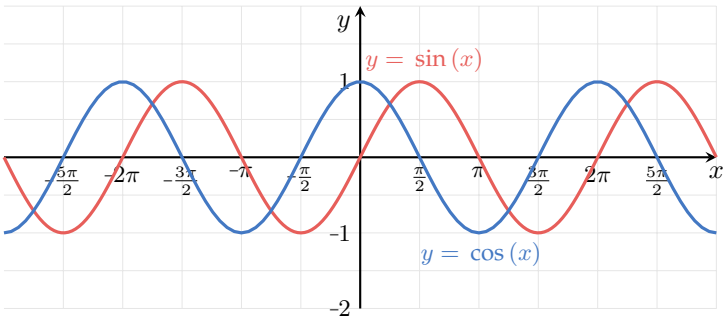


Trigonometriske funktioner

De trigonometriske funktioner sinus og cosinus blev ifbm. den klassiske geometri introduceret for at kunne opstille nogle trigonometriske relationer for hhv. vinkler og sidelængder i retvinklede trekanter. Herefter blev begrebet om enhedscirklen ligeledes introduceret for at udvide de trigonometriske funktioner ved at definere funktionerne ift. et punkt på enhedscirklen periferi i et koordinatsystem.

Udover disse geometriske fortolkninger af de trigonometriske funktioner kan man, som navnet også antyder, betragte en fortolkning som bygger på funktionsbegrebet. Her betragtes de trigonometriske funktioner sinus og cosinus som selvstændige funktioner som vist i figuren nedenfor.



Af figuren ses det, at de trigonometriske funktioner er defineret for alle reelle tal. Dette skyldes at definitionsmængderne for funktionerne er defineret ud fra betragtningen om at vinklen i enhedscirklen både kan beskrive en negativ omløbsretning men også kan beskrive en vinkel der er større end en hel omgang. Heraf kan definitionsmængderne for de trigonometriske funktioner angives ved:

$$Dm(\sin) = \mathbb{R} \quad \text{og} \quad Dm(\cos) = \mathbb{R}$$

I tillæg til dette bemærkes det, funktionsværdierne for de trigonometriske funktioner gentager sig både ift. den negative omløbsretning men også ift. når vinklen overstiger hel omgang. Dette gør at de trigonometriske besidder egenskaben af periodicitet hvor der ift. en bestemt periode T samt et vilkårligt heltal n gælder at:

$$f(x + n \cdot T) = f(x)$$

Udover egenskaben af periodicitet er de trigonometriske funktioner ligeledes bemærkelsesværdige ved at være en såkaldte begrænsede funktioner. Dette kan direkte ses af figuren ovenfor hvor der ses at funktionsværdierne for de trigonometriske funktioner tilhører intervallet mellem værdierne -1 og 1. Værdimængderne for de trigonometriske funktioner kan heraf angives ved:

$$Vm(\sin) = [-1, 1] \quad \text{og} \quad Vm(\cos) = [-1, 1]$$

Idealbølge (harmonisk svingning)

En naturlig anvendelse af enhedscirklen er at kunne beskrive cirkelbevægelser matematisk. De respektive koordinater til en cirkelbevægelse, som netop kan beregnes ved de trigonometriske funktioner sinus og cosinus, udgør en såkaldt *idealbølge* (også kaldet en *harmonisk svingning*), der ofte forekommer i forskellige anvendelser af matematik.

Idealbølger er kendetegnet ved de fire parametre: amplitude A , periode T , forskydning Δx og middelværdi Δy . Disse parametre tilsvare netop de fire forskellige transformationer af en funktion og funktionsforskriften for den generelle idealbølge kan herved skrives direkte på formen:

$$f(x) = A \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x - \Delta x}{T}\right) + \Delta y$$

I figuren nedenfor vises et eksempel på sinusfunktionens oprindelige form samt en transformering til en bestemt idealbølge med en givet amplitude A , periode T , forskydning Δx og middelværdi Δy .

