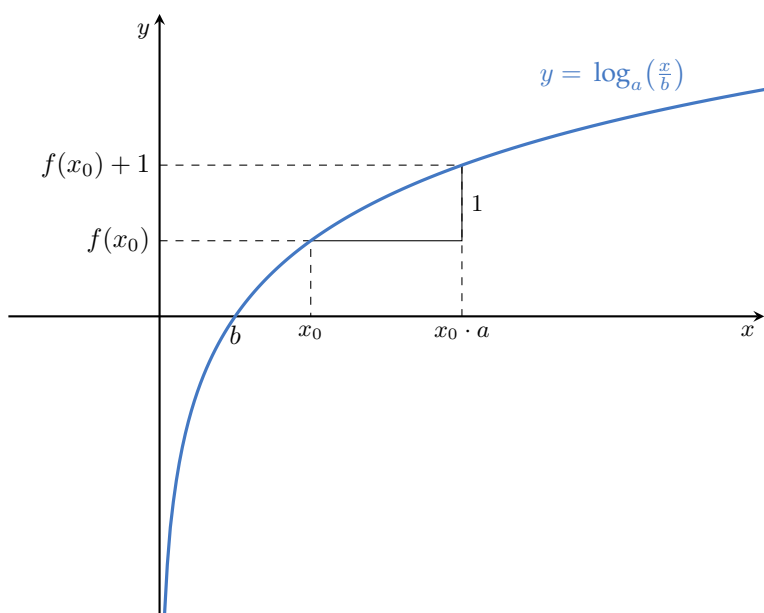


Logaritmiske funktioner

Logaritmiske funktioner er funktioner der kan opskrives på følgende generelle normalform:

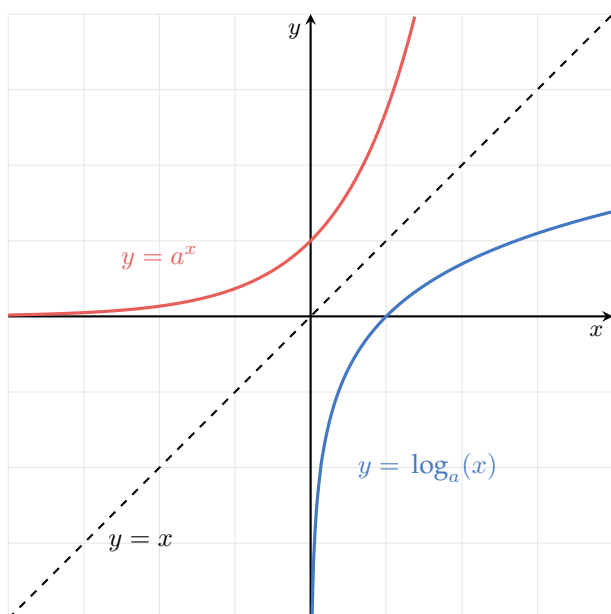
$$f(x) = \log_a\left(\frac{x}{b}\right) \quad \text{hvor } x > 0$$

Koefficienten b er skæringskoefficienten for 1.aksen. Dette kan ses ved at indsætte $x = b$ i funktionsforskriften hvorved der opnås $f(b) = \log_a\left(\frac{b}{b}\right) = \log_a(1) = 0$. Det bemærkes ligeledes, at funktionens graf ikke skærer 2.aksen da definitionsmængden er bestemt ved $x > 0$.



Logaritmeregnearten er som bekendt den omvendte regneart til potensregnearten, når potenstallet skal udregnes. På samme måde kan logaritmiske funktioner betragtes som de omvendte funktioner til eksponentielle funktioner. Dette ses på figuren ovenfor, hvor man kan se, at en tilvækst på 1 enhed i funktionsværdien svarer til at gange variabelens værdi x_0 med logaritmens grundtal a . Dette svarer altså til den strikt omvendte egenskab som for eksponentielle funktioner.

Dette kan også ses grafisk i figuren nedenfor hvor graferne $y = a^x$ og $y = \log_a(x)$ er vist. Her ses at de to funktioner udgør hinandens spejling om linjen $y = x$ hvilket betyder at en ombytning af x og y -værdierne i den ene graf vil resultere i den anden graf og omvendt.



Ligesom eksponentialfunktionen, hvor Eulers tal $e = 2.71828\dots$ er grundtal, findes der den tilsvarende logaritmisk funktion. Denne kaldes *den naturlige logaritme* og skrives ofte ved:

$$\ln(x) := \log_e(x) \quad \text{hvor } e = 2.71828\dots$$

Logaritmiske skalaer

Logaritmiske funktioner er i flere tilfælde anvendt til at lave måleskalaer, der er praktiske ift. den underliggende sammenhæng mellem størrelser.

Et eksempel på en logaritmisk skala er Decibel skalaen (dB), der omregner en fysisk lydintensitet I (målt i Watt per kvadratmeter) til den tilsvarende lydstyrke L (målt i dB) ved $L = f(I)$ hvor:

$$f(x) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{x}{10^{-12}}\right)$$

Her er talværdien 10^{-12} den referenceintensitet, som typisk sættes til den mindste lydintensitet som det menneskelige øre kan opfatte. Det viser sig nemlig, at mange af menneskets sanser og heriblandt høresansen, fungerer ved først at opfatte ændringer når sansernes stimulering er ganget med en bestemt væksthastighed. Denne logaritmiske sammenhæng mellem stimulering og opfattelse gør, at menneskets sanser kan fungere hensigtsmæssigt ved forskellige niveauer af baggrundsstøj.

Andre eksempler på logaritmiske skalaer er pH-skalaen for syre/base-niveauet af en kemisk opløsning, Richter-skalaen for styrken af et jordskælv eller den kromatiske skala for hvilken tone en bestemt lydfrekvens har.