

Skalering af vektorer

Ligesom retningsvinklen af en vektor kan ændres ved at rotere vektoren, kan en vektors længde ændres ved at skalere vektoren. En vektors længde kan skales ved at gange vektoren med en reel talværdi s , der pga. sin virkning på vektorens længde kaldes en *skalar*. Skalering af en polær vektor $(|\vec{v}|, \alpha)$ kan udregnes direkte ved at skalere længden af vektoren med tallet s :

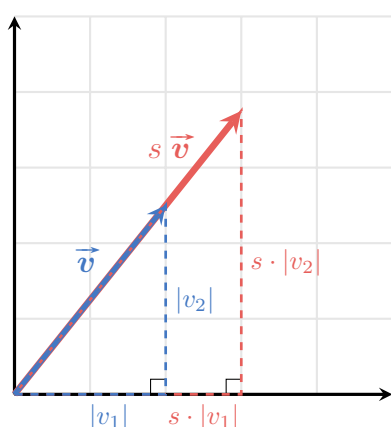
$$s \vec{v} = (s \cdot |\vec{v}|, \alpha)$$

For eksempel, hvis man har en vektor, der på polær form er givet ved $\vec{v} = (3, 30^\circ)$, kan man skalere denne med en skaleringsfaktor på 2 ved:

$$2 \vec{v} = 2 (3, 30^\circ) = (2 \cdot 3, 30^\circ) = (6, 30^\circ)$$

Den skalerede vektor er således bestemt til $2 \vec{v} = (6, 30^\circ)$.

For at udlede hvordan man skalerer en vektor på kartesisk form betragtes nedenstående figur hvor en vektor $\vec{v}$ vises sammen med den skalerede vektor $s \vec{v}$.



Af figuren ses, at en skalering af vektorens længde med skalaren s svarer til en tilsvarende skalering af vektorens komponenter, idet der er tale om to ensvinklede trekanter. Regnereglen for at skalere en vektor på kartesisk form er derfor givet ved:

$$s \vec{v} = \begin{pmatrix} s \cdot v_1 \\ s \cdot v_2 \end{pmatrix}$$

For eksempel, hvis man har en vektor, der på kartesisk form er givet ved $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, kan man skalere denne med en skaleringsfaktor på 2 ved:

$$2 \vec{v} = 2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot (-2) \\ 2 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Den skalerede vektor er således bestemt til $2 \vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Skalering af en vektor

En givet vektor $\vec{v}$ kan skaleres med skaleringsfaktoren s ved:

$$s \vec{v} = \begin{pmatrix} s \cdot v_1 \\ s \cdot v_2 \end{pmatrix}$$

Enhedsvektorer

Begrebet om skalering ligger naturligt op til begrebet om en enhed, der repræsenterer den uskalerede størrelse. For vektorer generaliserer begrebet om en enhed til en såkaldt *enhedsvektor* $\vec{e}$, der er karakteriseret som en vektor hvor længden er lig med én enhed $|\vec{e}| = 1$. Der findes derfor uendelig mange enhedsvektorer, idet retningen for enhedsvektoren kan variere. Det er forholdsvis ligetil at angive en enhedsvektor på polær form ift. en bestemt retningsvinkel α som:

$$\vec{e}_\alpha = (1, \alpha)$$

Ud fra denne polære form kan den kartesiske form nu bestemmes ved:

$$\vec{e}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Såfremt der er givet en vektor $\vec{v}$ hvor det vides, at den ønskede enhedsvektor har samme retning som $\vec{v}$, kan der anvendes vektorskalering til at bestemme enhedsvektoren $\vec{e}_v$ tilknyttet vektor $\vec{v}$. For at skalere vektor $\vec{v}$ til en enhedslængde skal skalaren være lig med den reciprokke værdi af vektorens længde $|\vec{v}|$:

$$\vec{e}_v = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v}$$

For eksempel kan man ud fra vektoren $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ beregne den tilsvarende enhedsvektor ved først at bestemme længden af vektoren:

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Herefter skaleres vektoren $\vec{v}$ med den reciprokke talværdi af dens længde:

$$\vec{e}_v = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \cdot (-3) \\ \frac{1}{5} \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.8 \end{pmatrix}$$

Enhedsvektoren er således bestemt til $\vec{e}_v = \begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.8 \end{pmatrix}$.

Enhedsvektorer

En enhedsvektor kan beregnes ud fra en retningsvinkel α ved:

$$\vec{e}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

En enhedsvektor kan beregnes ud fra en givet vektor $\vec{v}$ ved:

$$\vec{e}_v = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v}$$