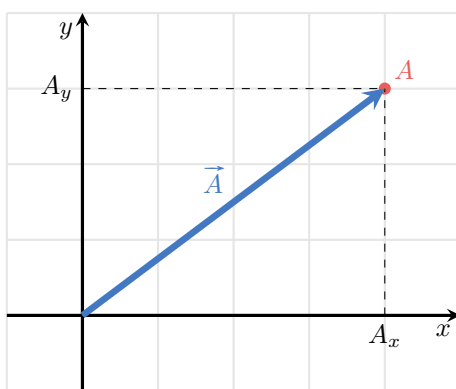


Stedvektorer og forbindelsesvektorer

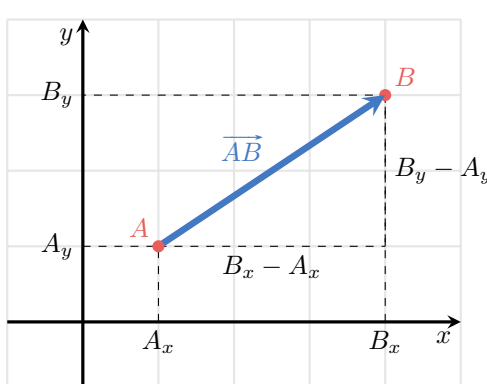
Den simpleste anvendelse af vektorer i et koordinatsystem er en såkaldt *stedvektor* hvor den sammenlignelige struktur mellem et punkt og en vektor udnyttes direkte til at angive et punkt ved brug af en vektor. For punktet $A = (A_x, A_y)$ er den tilhørende stedvektor $\vec{A}$ givet ved:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

Stedvektoren kan altså fortolkes som den vektor der har startpunkt i koordinatsystemets origo og slutpunkt i punktet A . Dette er illustreret i figuren nedenfor hvor stedvektoren for et givet punkt er vist.



Vektorer kan dog ydermere anvendes til mere komplicerede anvendelser i et koordinatsystem hvor vektorernes regnearter udnyttes. Til eksempel gør regnearten vektoraddition at vektorer ligeledes kan anvendes som pile i et koordinatsystem, der illustrerer hvordan et punkt skal flyttes for at opnå et andet punkt. Dette kaldes for en *forbindelsesvektor* og er illustreret i figuren nedenfor.



En forbindelsesvektor med startpunkt $A = (A_x, A_y)$ og endepunkt $B = (B_x, B_y)$ betegnes ved $\overrightarrow{AB}$ og kan beregnes ved:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix}$$

Vektorens komponenter angiver således hvilken ændring i et punkts koordinater der skal til for at opnå et andet punkt. Det bemærkes ydermere at formlen for forbindelsesvektor udgør en subtraktion af stedvektorerne $\vec{A}$ fra $\vec{B}$ hvorved formlen ligeledes kan opskrives på vektorform:

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$$

Længden af forbindelsesvektoren $\overrightarrow{AB}$ beregnes ved:

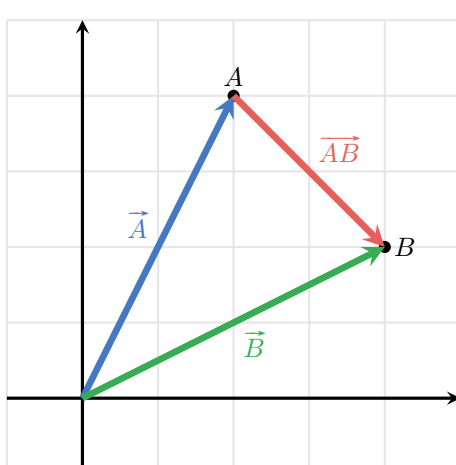
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2}$$

Det ses, at højresiden består af samme udtryk som ved beregningen af afstanden $|AB|$ mellem punkterne. Dette vil sige, at længden af forbindelsesektoren er lig med afstanden mellem punkterne $|\overrightarrow{AB}| = |AB|$.

En forbindelsesvektor ikke indeholder information om hverken punkt A eller punkt B men kun om punkternes relative position. Kender man derimod stedvektoren $\vec{A}$ sammen med forbindelsesvektor $\overrightarrow{AB}$ kan man bestemme stedvektoren $\vec{B}$ ved at anvende princippet om addition af vektorer:

$$\vec{B} = \vec{A} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix}$$

Den geometriske fortolkning af denne ligning ses på figuren nedenfor hvor det ses, at man kan opnå stedvektoren $\vec{B}$ ved at sætte forbindelsesvektor $\overrightarrow{AB}$ i forlængelse af stedvektor $\vec{A}$.



Ud fra definitionen af forbindelsesvektor kan der opstilles et par simple regneregler. For eksempel ses det, at forbindelsesvektoren $\overrightarrow{BA}$ ikke er den samme som forbindelsesvektoren $\overrightarrow{AB}$ men i stedet den modsatte vektor hvor der gælder at:

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$$

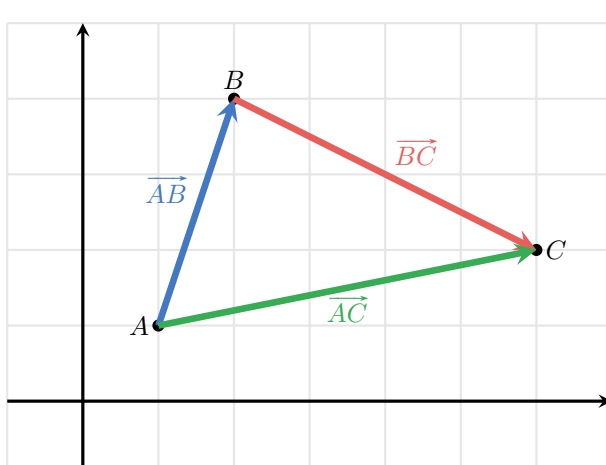
Derudover gælder der den såkaldte *transitive* egenskab, der angiver at summen af to forbindelsesvektorer hvor slutpunktet for den ene vektor er lig startpunktet for den anden vektor vil være lig forbindelsesvektor mellem startpunktet for den ene vektor til slutpunktet for den anden vektor:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

hvilket ses ved at skrive ligningen på komponentform:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_x - B_x \\ C_y - B_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_x - A_x \\ C_y - A_y \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}$$

Den geometriske fortolkning af denne ligning ses på figuren nedenfor hvor tre vilkårlige punkter A , B og C er forbundne med forbindelsesvektorer $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ og $\overrightarrow{AC}$. Det ses således, at man ved at sætte forbindelsesvektor $\overrightarrow{BC}$ i forlængelse af forbindelsesvektor $\overrightarrow{AB}$ netop opnår forbindelsesvektor $\overrightarrow{AC}$.



Stedvektorer og forbindelsesvektorer opsummeres i følgende sætning:

Stedvektorer og forbindelsesvektorer

For et givet punkt $A = (A_x, A_y)$ kan den tilhørende stedvektor $\vec{A}$ bestemmes ved:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

En forbindelsesvektor $\overrightarrow{AB}$ med startpunkt $A = (A_x, A_y)$ og endepunkt $B = (B_x, B_y)$ kan bestemmes ved:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} B_x - A_x \\ B_y - A_y \end{pmatrix}$$

For en forbindelsesvektor gælder der følgende egenskaber:

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} \quad \text{og} \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$