

Kvadratsætningerne

Kvadratet af en sum af to vilkårlige talværdier a og b kan ved brug af definitionen for potenser omskrives som produktet af to ens parenteser som herefter udregnes ved brug af den dobbelt distributive regneregul:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b) \cdot (a + b) \\ &= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b \\ &= a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b\end{aligned}$$

Denne omskrivning udgør den 1. kvadratsætning, som altså viser hvorledes kvadratet af en sum af to vilkårlige talværdier kan omskrives kan nu opstilles sammen med de to andre kvadratsætninger som kan udledes på en tilsvarende måde.

Kvadratsætningerne

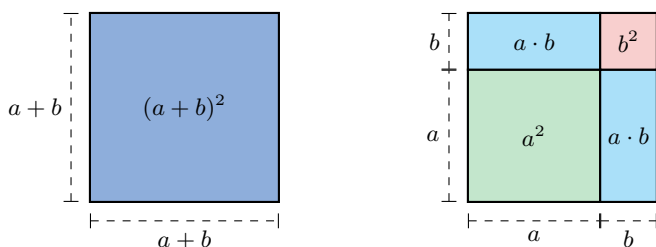
For to vilkårlige reelle talværdier a og b gælder der følgende regneregler som kaldes hhv. 1., 2. og 3. kvadratsætning:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Kvadratsætningerne kan også bevises geometrisk og 1. kvadratsætning bevises ved brug af nedenstående figur. I figuren betragtes et kvadrat med en sidelængde, der består af summen af to længder $a + b$. Arealet af kvadratet kan beregnes på to måder. Enten ved at udregne arealet direkte som kvadratet af hele sidelængden (venstre) eller ved at summere de delarealer der opstår ved at opdele kvadratet i fire firkanter (højre).



Idet arealet af kvadratet er en entydig værdi er begge beregninger lig hinanden hvilket netop udgør den 1. kvadratsætning.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$$