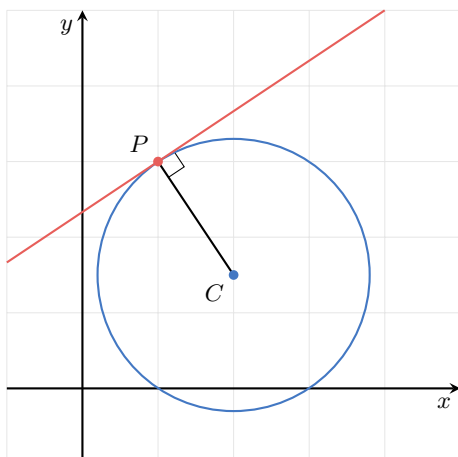


Cirklers tangentlinjer

For en cirkel der har centrum i punktet $C = (C_x, C_y)$ og hvor et punkt på cirkelperiferien $P = (P_x, P_y)$ er givet kan ligningen for cirkelns tangentlinje i punktet P bestemmes.

Først fremhæves, at idet linjen gennem punktet P udgør en tangentlinje, der skærer cirklen i netop et punkt, må afstanden mellem C og P udgøre cirkelns radius og ligeledes være den korteste afstand mellem C og tangentlinjen. Som bekendt er linjestykket for den korteste mellem et punkt og en linje vinkelret på selve linjen. Dette ræsonnement er ligeledes illustreret i figuren nedenfor.



Hældningskoefficienten a_r linjestykket CP , der udgør en radius i cirklen, kan bestemmes ved ud fra formlen for hældningskoefficienten for en ret linje gennem to punkter:

$$a_r = \frac{C_y - P_y}{C_x - P_x}$$

Idet linjestykket CP står vinkelret på tangentlinjen gælder der for hældningskoefficienterne af de to linjer hhv. a_r og a_t at:

$$a_r \cdot a_t = -1 \quad \Leftrightarrow \quad a_t = \frac{-1}{a_r}$$

Herved kan hældningskoefficienten for tangentlinjen bestemmes ved:

$$a_t = \frac{-1}{\left(\frac{C_y - P_y}{C_x - P_x}\right)}$$

For at reducere denne formel, forlænges brøken med $(C_x - P_x)$:

$$a_t = \frac{-1 \cdot (C_x - P_x)}{\left(\frac{C_y - P_y}{C_x - P_x}\right) \cdot (C_x - P_x)} = \frac{-1 \cdot (C_x - P_x)}{C_y - P_y} = \frac{P_x - C_x}{C_y - P_y}$$

Hældningskoefficienten kan herved bestemmes ud fra punkterne C og P ved:

$$a_t = \frac{P_x - C_x}{C_y - P_y}$$

Formlen for hældningskoefficienten anvendes nu til at bestemme skæringskoefficienten for tangentlinjen b_t ved:

$$b_t = P_y - a_t \cdot P_x$$

Ud fra denne udledning, kan der nu konkluderes følgende.

Ligningen for tangentlinjen til en cirkel

For en cirkel med centrum i punktet $C = (C_x, C_y)$ er ligningen for cirkelns tangentlinje i punktet $P = (P_x, P_y)$ givet ved den generelle form for en ret linje $y = a \cdot x + b$ hvor koefficienterne a og b kan beregnes ved:

$$a = \frac{P_x - C_x}{C_y - P_y} \quad \text{og} \quad b = P_y - a \cdot P_x$$

Det ses heraf at ligningerne kun er gyldige såfremt $P_y \neq C_y$ idet der ellers vil opstå en nulværdi i nævneren. Dette skyldes, at de tilfælde hvor $P_y = C_y$ vil repræsentere netop de punkter hvor tangentlinjen er lodret. Ligningen for en lodret linje kan som bekendt ikke angives på den generelle form $y = a \cdot x + b$ kan i stedet bestemmes direkte ud fra 1. koordinatet for punktet P ved $x = P_x$.