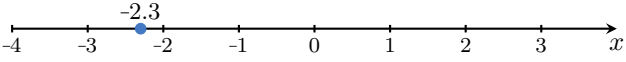


Den reelle talakse

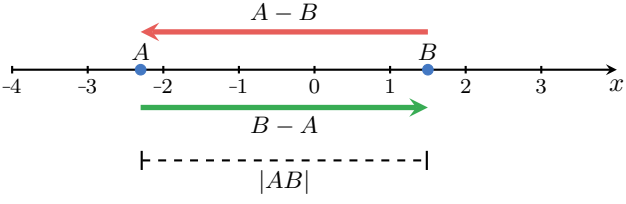
Den reelle talakse, som ses i figuren nedenfor, er en tallinje hvor alle de reelle tal er repræsenteret ved en unik placering på talaksen, som f.eks. talværdien -2.3, der på figuren er vist ved det blå punkt.



Talaksen er relativ i forhold til talværdien 0, hvor de positive talværdier kan spejles til de tilsvarende negative talværdier og talaksen kan derfor betragtes som uendelig, dvs. ubegrænset, i begge retninger.

En vigtig egenskab ved den reelle talakse er, at den er en sammenhængende (kontinuær) talakse. Den reelle talakse inkluderer således både af alle heltal såsom -3 eller 102, alle decimale talværdier såsom 2.01 og rationale talværdier såsom $\frac{1}{3}$ men også alle irrationale talværdier såsom π , der som bekendt ikke kan opskrives eksakt ved brug af talcifre.

Talaksen giver ligeledes mulighed for en mere geometrisk fortolkning af talværdier samt deres indbyrdes relationer. Betragtes f.eks. to talværdier A og B som punkter på den reelle talakse kan man f.eks. bestemme differencen fra punktet A til punktet B som illustreret på figuren nedenfor.



Differencen fra A til B er den talværdi, der skal lægges til punkt A for at opnå punkt B hvilket er illustreret på figuren ovenfor ved den grønne pil, som i matematik kaldes en *vektor*.

For punkterne $A = -2.3$ og $B = 1.5$ er differencen fra A til B altså:

B - A = 1.5 - (-2.3) = 1.5 + 2.3 = 3.8

Dette vil sige at man skal lægge talværdien 3.8 til talværdien for punktet A for at få talværdien for punktet B .

Omvendt kan differencen fra B til A beregnes ved:

A - B = -2.3 - 1.5 = -3.8

Man skal altså lægge talværdien -3.8 til B for at få A . I forhold til differencen fra A til B bemærkes det, at differencen fra B til A er den negative talværdi. Dette skyldes, at man her bevæger sig nedad talaksen som også er illustreret på figuren ovenfor ved den røde vektor.

Ved differencen mellem to punkter på talaksen kan man altså ved fortegnet se i hvilken retning man bevæger sig på talaksen fra det ene punkt til det andet. Er man i stedet interesseret i længden/afstanden $|AB|$ mellem to punkter A og B , kan denne beregnes ved den absolutte talværdi af differencen fra A til B . En metode til at beregne den absolutte talværdi er ved først at kvadrere tallet, hvilket altid giver en positiv talværdi, og derefter beregne kvadratrodden, således:

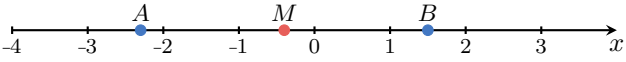
|AB| = sqrt((B - A)^2) = sqrt((1.5 - (-2.3))^2) = sqrt(3.8^2) = 3.8

Ligeledes for den tilsvarende negative difference fra B til A giver afstanden den samme absolutte talværdi:

|BA| = sqrt((A - B)^2) = sqrt((-2.3 - 1.5)^2) = sqrt((-3.8)^2) = 3.8

Der gælder altså at $|AB| = |BA|$ hvilket er grundlæggende egenskab ved en længde.

Ud over differencen og længden mellem to punkter er det også vigtigt at kunne beregne midtpunktet mellem to punkter på en talakse. Midtpunktet M mellem to punkter på en talakse er talværdien for det punkt, der ligger med en lige stor afstand til begge punkter, som vist på figuren nedenfor.



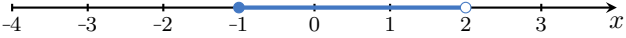
Talværdien for midtpunktet M mellem de to punkter $A = -2.3$ og $B = 1.5$ kan beregnes som gennemsnitsværdien af punkternes talværdier ved:

M = (A + B) / 2 = (-2.3 + 1.5) / 2 = -0.8 / 2 = -0.4

Det kan herefter eftervises at afstanden fra midtpunktet til punkterne A og B er lige stor $|AM| = |MB| = 1.9$.

Intervaller

Når det kommer til de reelle tal, er det ofte relevant at kunne definere en delmængde i form af et *interval*, der inkluderer alle tal imellem to talværdier a og b . I figuren nedenfor er der vist en reel talakse hvor intervallet af alle talværdier fra og med -1 til 2 er vist ved den blå linje der har et lukket endepunkt i -1 og et åbent endepunkt i 2.



Da talaksen repræsenterer x kan intervallet skrives algebraisk ved:

-1 ≤ x < 2 eller ved x ∈ [-1, 2[

Den algebraiske notation for intervaller kan opsummeres i følgende sætning:

Intervaller

Talmængden af de reelle tal mellem a og b kaldes intervallet mellem a og b , og kan angives ved brug af følgende definitioner:

- 1. *Lukket interval*: Såfremt både a og b indgår i mængden:

a ≤ x ≤ b eller x ∈ [a, b]

- 2. *Åbent interval*: Såfremt hverken a eller b indgår i mængden:

a < x < b eller x ∈]a, b[

- 3. *Lukket-åbent interval*: Såfremt a men ikke b indgår i mængden:

a ≤ x < b eller x ∈ [a, b[

- 4. *Åbent-lukket interval*: Såfremt b men ikke a indgår i mængden:

a < x ≤ b eller x ∈]a, b]

- 5. *Ubegrænset interval*: Såfremt der ikke er nogen begrænsning på f.eks. den øvre talværdi:

a ≤ x eller x ∈ [a, ∞[