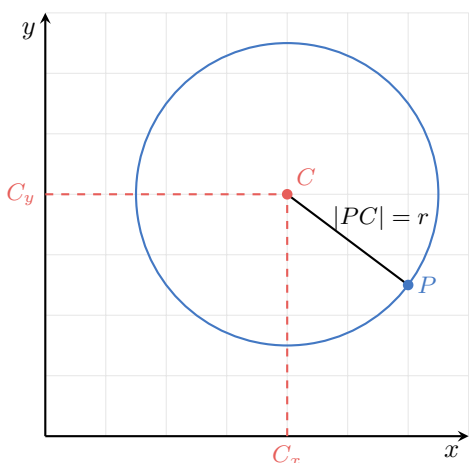


Cirklers ligning

En cirkel er en geometriske figur, der er entydigt er bestemt ved et punkt, som udgør centrum af cirklen samt en afstand, som udgør cirkelns radius. Cirkelns omkreds, også kaldet cirkelperiferien, kan herefter frembringes som alle de punkter, der har en afstand til cirkelns centrum som er lig med cirkelns radius. Denne betragtning kan nu sammen med afstandsformlen bruges til at fremsætte en ligning hvor løsningsmængden er en cirkel.



For en cirkel med centrum i punktet $C = (C_x, C_y)$ og radius r gælder der for et vilkårligt punkt P på cirkelperiferien at afstanden til cirkelns centrum er lig med cirkelns radius:

$$|PC| = r$$

Ved brug af afstandsformlen kan afstanden $|PC|$ mellem et vilkårligt punkt på cirkelperiferien $P = (P_x, P_y)$ og punktet for cirkelns centrum $C = (C_x, C_y)$ bestemmes ved:

$$|PC| = \sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2}$$

Ligningen $|PC| = r$ kan derfor omskrives til:

$$\begin{aligned}\sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2} &= r \Rightarrow \\ (P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2 &= r^2\end{aligned}$$

Ud fra denne betingelse kan der nu opstilles en punktmængde, som indeholder alle de punkter (x, y) i koordinatsystemet, der ligger på cirkelperiferien ved at indføre ovenstående relation som betingelse i punktmængden:

$$\{(x, y) \text{ hvor } (x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2\}$$

Denne ligning skal læses som at punktmængden for cirkelperiferien består af alle punkter (x, y) i koordinatsystemet, der opfylder ligningen:

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2$$

Denne ligning kaldes for *cirkelns ligning* og angiver som nævnt punkterne på cirkelperiferien.

Betrages cirklen som en figur bestående af det areal, som er afgrænset af cirkelperiferien, vil et vilkårligt punkt P , der ligger inden for cirkelns areal opfylde at afstanden til cirkelns centrum C er mindre eller lig med radius r :

$$|PC| \leq r$$

Afstandsformlen anvendes igen til at omskrive betingelsen til:

$$\begin{aligned}\sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2} &\leq r \Rightarrow \\ (P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2 &\leq r^2\end{aligned}$$

Ud fra denne betingelse kan der nu opstilles en punktmængde, som indeholder alle de punkter (x, y) i koordinatsystemet, der ligger inden cirkelns areal ved:

$$\{(x, y) \text{ hvor } (x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 \leq r^2\}$$

Ovenstående resultater kan nu opsummeres i følgende sætning:

Cirklers ligning

Omkredsen af cirkel med centrum i punktet $C = (C_x, C_y)$ og radius r er bestemt ved ligningen:

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = r^2$$

Om et givet punkt $P = (P_x, P_y)$ ligger inden for eller uden for cirkelns areal kan afgøres ved at undersøge følgende betingelser:

$$\sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2} < r \quad \text{Inden for cirklen.}$$

$$\sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2} = r \quad \text{På cirkelperiferien.}$$

$$\sqrt{(P_x - C_x)^2 + (P_y - C_y)^2} > r \quad \text{Uden for cirklen.}$$