

Retvinklede trekanter

Den retvinklede trekant er en særlig vigtig geometrisk figur, idet der gælder, at alle polygoner kan opdeles i trekanter og alle trekanter kan opdeles i to retvinklede trekanter. Så det at kunne regne sidelængder og vinkler i retvinklede trekanter åbner således op for at kunne beregne sidelængder og vinkler i vilkårlige polygoner.

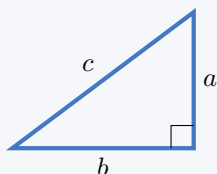
En retvinklet trekant er kendetegnet ved, at en af vinklerne i trekanten er ret hvorved de to andre vinkler er spidse pga. vinkelsummen i en trekant. De to sidelængder der danner den rette vinkel kaldes trekantens *kateter* og den modstående sidelængde til den rette vinkel kaldes trekantens *hypotenuse*.

Den mest grundlæggende sætning for retvinklede trekanter er Pythagoras' sætning:

Pythagoras' sætning

For en retvinklet trekant hvor:

a og b er de to kateter der danner den rette vinkel.
 c er hypotenusen der er modstående den rette vinkel.



Der gælder der, at:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

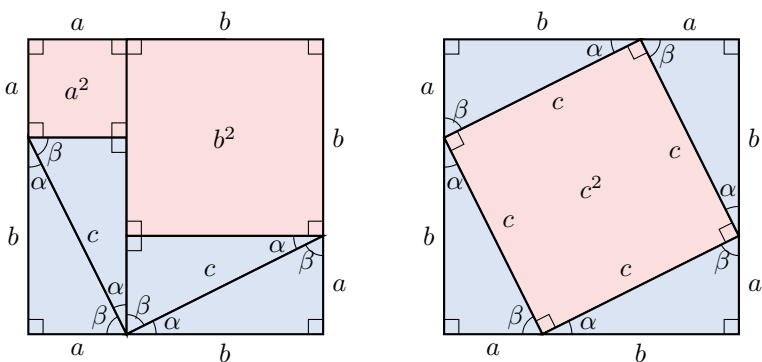
Omvendt gælder der også, at kun hvis sidelængderne a , b og c i en trekant opfylder ligningen $a^2 + b^2 = c^2$ så kan man konkludere, at trekanten er retvinklet.

Det skal understreges, at der her er anvendt en notation hvor det er sidelængden c der angiver hypotenusen, men såfremt der anvendes en anden notation skal Pythagoras' sætning tilpasses således at det altid er kvadratet af de to kateter lagt sammen der er lig med kvadratet af hypotenusen. Dette medfører ligeledes, at det nødvendigvis må være hypotesen der er den længste sidelængde i en retvinklet trekant som formuleret i følgende sætning.

Hypotenusen i en trekant

I en retvinklet trekant er hypotenusen (som er den modstående sidelængde til den rette vinkel) altid den længste sidelængde i trekanten.

Pythagoras' sætning kan bevises geometrisk ved at betragte de to nedenstående figurer, hvor der i hver figur er opstillet et kvadrat med sidelængde $a + b$. I hvert kvadrat er placeret fire ens retvinklede trekanter (blå) med sidelængderne a , b , og c . Såfremt trekanterne er retvinklede med $\gamma = 90^\circ$ vil vinkelsummen i en trekant bevirke, at summen af de to resterende vinkler $\alpha + \beta = 90^\circ$. Dette resulterer ydermere i, at der opstår i alt tre retvinklede kvadrater som i figuren er markeret med rødt.



Da de to omskrevne kvadrater er lige store i de to figurer og da de fire trekanter udgør samme areal i hver figur vil det overskydende areal (markeret med rødt) være lige stort i begge figurer.

Det overskydende areal udgør ift. figuren til højre summen af arealerne a^2 samt b^2 men tilsvarende ift. figuren til venstre arealet c^2 . Det kan derfor konkluderes at:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Denne ligning udgør netop Pythagoras' sætning som hermed er bevist geometrisk.